

M-11-7

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

Всероссийская олимпиада школьников

Муниципальный

Этап

Заполняется ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ чернилами черного или синего цвета по образцам:

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я	@	8	9	,	
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	1	2	3	4	5	6	7	0	-	.

Предмет

МАТЕМАТИКА

класс

11

Дата

02 . 12 . 2025

Шифр

M-11-7

Фамилия

Рассоха

Имя

Ольга

Отчество

Андреевна

Дата рождения

15 . 10 . 2008

Муниципалитет

Прохоровский МО

Сокращенное наименование образовательной организации

МБОУ "СОШ №34"

Личная подпись участника

Рассоха

Все поля обязательны к заполнению

258

Шифр
участника

M - 1 1 - 7

① 1) $3,8 \cdot 84 = 319,2 \text{ т}$ 2) $4,6 \cdot 38 = 174,8 \text{ т}$ 3) $319,2 + 174,8 = 494 \text{ т} \approx 500 \text{ т}$

В шалауды можно поместить до $28 \text{ т} \rightarrow \frac{494}{28} \approx 17,6 \approx 18$

Ответ: 18 шалауд потребуется, чтобы вывезти все плиты.

⑤ 1) Чтобы определить вес слитка, можно использовать метод разностей. Для этого нужно выбрать такие гири, чтобы разность весов между 2-ми слитками была уникальной. Для этого рассмотрим разности между соседними слитками:

$102 - 101 = 1 \text{ г};$

$103 - 102 = 1 \text{ г};$

$104 - 103 = 1 \text{ г};$

... $121 - 120 = 1 \text{ г};$

$\rightarrow$ Все разности равны 1 г, это значит, что если у нас есть гиря весом 1 г, мы можем определить вес любого слитка, сравнивая его с ближайшим.

Однако, если у нас только гиря 1 г, то мы не сможем отличить слитки с весами, например, 101 г и 102 г, т.к. их разность равна 1 г. Нам нужно больше гирь.

2) Чтобы различить все пары слитков, нужно, чтобы разности между ними были разными. Для этого можно использовать гири с весом, который является степенью двойки: это 1, 2, 4, 8 ... $\rightarrow$ С помощью таких гирь можно представить любую разность весов в виде суммы разных степеней 2, это позволяет однозначно определить вес любого слитка.

3) Выберем гири так, чтобы можно было представить все 20 возможных разностей:

Гиря 1 г	позволяет различить разности	1 г.	} Всего 5 гирь
Гиря 2 г	позволяет различить разности	2 г.	
Гиря 4 г	позволяет различить разности	4 г.	
Гиря 8 г	позволяет различить разности	8 г.	
Гиря 16 г	позволяет различить разности	16 г.	

4. Проверка:

Разности: $1 \text{ г} \rightarrow 1 \text{ г};$

$2 \text{ г} \rightarrow 2 \text{ г};$

$3 \text{ г} \rightarrow 1 \text{ г} + 2 \text{ г};$

$4 \text{ г} \rightarrow 4 \text{ г};$

$5 \text{ г} \rightarrow 1 \text{ г} + 4 \text{ г};$

$6 \text{ г} \rightarrow 2 \text{ г} + 4 \text{ г};$

$7 \text{ г} \rightarrow 1 \text{ г} + 2 \text{ г} + 4 \text{ г};$

$8 \text{ г} \rightarrow 8 \text{ г};$

$9 \text{ г} \rightarrow 1 \text{ г} + 8 \text{ г};$

$10 \text{ г} \rightarrow 2 \text{ г} + 8 \text{ г};$

$11 \text{ г} \rightarrow 1 \text{ г} + 2 \text{ г} + 8 \text{ г};$

$12 \text{ г} \rightarrow 4 \text{ г} + 8 \text{ г};$

$13 \text{ г} \rightarrow 1 \text{ г} + 4 \text{ г} + 8 \text{ г};$

$14 \text{ г} \rightarrow 2 \text{ г} + 4 \text{ г} + 8 \text{ г};$

$15 \text{ г} \rightarrow 1 \text{ г} + 2 \text{ г} + 4 \text{ г} + 8 \text{ г};$

$16 \text{ г} \rightarrow 16 \text{ г};$

$17 \text{ г} \rightarrow 1 \text{ г} + 16 \text{ г};$

$18 \text{ г} \rightarrow 2 \text{ г} + 16 \text{ г};$

$19 \text{ г} \rightarrow 1 \text{ г} + 2 \text{ г} + 16 \text{ г};$

$20 \text{ г} \rightarrow 4 \text{ г} + 16 \text{ г};$

Ответ: Малышу нужно принести 5 гирь с весом: (1 г; 2 г; 4 г; 8 г; 16 г)

Для отметок
жюри

4

4

Шифр
участника

М - 1 1 - 7

Для отметок
жюри

- 3) Посчитаем общее кол-во дружеских связей:
 $(10 \cdot 5) + (15 \cdot 4) = 50 + 60 = 110$
 Теперь можем найти число друж. связей:
 $n = \frac{110}{2} = 55$

Найдём общее число троек:

$$C_{25}^3 = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23}{6} = \frac{4600}{2} = 2300$$

→ Значит $N_0 + N_1 + N_2 + N_3 = 2300$

$$C_{23}^1 = \frac{23 \cdot 22}{1 \cdot 22} = 23$$

Найдём все тройки: $55 \cdot 23 = 1265$

$$0 \cdot N_0 + 1 \cdot N_1 + 2 \cdot N_2 + 3 \cdot N_3 = N_1 + 2N_2 + 3N_3$$

$$N_1 + 2N_2 + 3N_3 = 1265$$

$$C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 3} = 10 \quad \text{и} \quad C_4^2 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 2} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{10 \cdot 10}{100} + \frac{15 \cdot 6}{90} = 100 + 90 = 190 \quad (N_2 + 3N_3 = 190)$$

Выразим $N_0 + N_3$ через известные данные:

$$N_0 = 2300 - N_1 - N_2 - N_3$$

$$N_1 = 1265 - 2N_2 - 3N_3$$

$$N_0 = 2300 - (1265 - 2N_2 - 3N_3) - N_2 - N_3 = 2300 - 1265 +$$

$$+ 2N_2 + 3N_3 - N_2 - N_3 = 1035 + N_2 + 2N_3, \text{ значит}$$

$$N_0 + N_3 = 1035 + N_2 + 2N_3$$

$$N_2 = 190 - 3N_3$$

$$N_0 + N_3 = 1035 + (190 - 3N_3) + 3N_3 = 1035 + 190 = 1225$$

Ответ: 1225 различных компаний
из трёх учеников.

2) $3 \sin^3 x - \sin x \cdot \sin 2x - \cos^3 x = 0$

1. Упростим, воспользовавшись тригонометрическими тождествами:

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x \rightarrow \text{подставим в уравн.}$$

$$3 \sin^3 x - \sin x \cdot (2 \sin x \cdot \cos x) - \cos^3 x = 0$$

$$3 \sin^3 x - 2 \sin^2 x \cdot \cos x - \cos^3 x = 0$$

2. Разложим на множители, вынесем общий множитель $\sin^2 x$:

$$\sin^2 x (3 \sin x - 2 \cos x) - \cos^3 x = 0$$

3. Пробуем разделить обе части на $\cos^3 x$, при условии, что $\cos x \neq 0$

Шифр
участника

M - 1 1 - 7

Для отметок
жюри

$$3 \operatorname{tg}^3 x - 2 \operatorname{tg} x - 1 = 0$$

Введем $t = \operatorname{tg} x$

$$3t^3 - 2t - 1 = 0$$

4) Решаю кубич. уравнение

Возьмём $t = 1$

$$3 \cdot (1)^3 - 2 \cdot 1 - 1 = 3 - 2 - 1 = 0$$

5) Разложим уравнение

$$3t^3 - 3t + t - 1 = 0$$

$$3t(t^2 - 1) + 1(t - 1) = 0$$

$$3t(t - 1)(t + 1) + 1(t - 1) = 0$$

$$(t - 1)(3t^2 + 3t + 1) = 0$$

$$3t^2 + 3t + 1 = 0$$

6) Решаю уравнение:

$$D = 3^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 9 - 12 = -3 < 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ имеет единств. корень

$$\operatorname{tg} x = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, \text{ при } n \in \mathbb{Z}$$

По условию дано, что Δ - прямоуго, 1 из $\angle = \frac{\pi}{4}$,
обозначим $\angle \alpha; \beta; \gamma$, где $\gamma = \frac{\pi}{4}$

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi \rightarrow \alpha + \beta = \frac{3\pi}{4};$$

Т.к Δ - прямоуго 1 из $\angle$ должен быть $90^\circ (\frac{\pi}{2}) \rightarrow$

$\rightarrow$ Пусть это β , можем найти $\alpha \rightarrow$

$$\alpha = \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4},$$

$$\text{Итого: } \alpha = \frac{\pi}{4} (45^\circ); \beta = \frac{\pi}{2} (90^\circ); \gamma = \frac{\pi}{4} (45^\circ)$$